Problema 1.3 (variáveis das redes eléctricas)

Considerar uma resistência de 11 Ω ligada a um gerador de tensão contínua de 110 V.

(a) Calcular o valor da corrente e a potência dissipada.

(b) Calcular as mesmas grandezas se o valor da resistência for reduzido para metade.

Problema 1.4 (elementos resistivos)

Considerar um fio de cobre com 1 mm de raio e 1 m de comprimento (a resistividade do cobre é $17.5\ 10^{-9}$ Ωm).

(a) Determinar a resistência do fio.

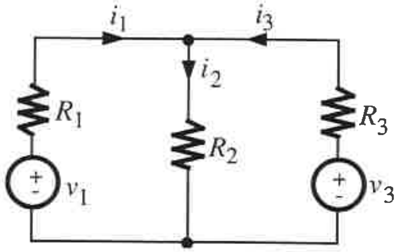
(b) Calcular a potência nele dissipada quando é percorrido por uma corrente de 1 A.

Problema 1.5 (leis de Kirchhoff)

Considerar o circuito representado na Fig. P1.5.

(a) Calcular as correntes i_1, i_2 e i_3.

(b) Calcular a potências fornecidas pelos geradores e as potências dissipadas nas resistências. Verificar a conservação da energia.

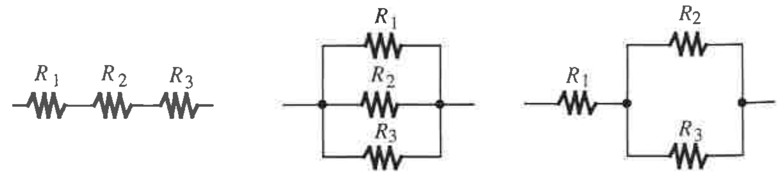


$v_1 = 8$ V
$v_3 = 1$ V
$R_1 = 4$ Ω
$R_2 = 4$ Ω
$R_3 = 1$ Ω

Fig. P1.5.

Problema 1.6 (leis de Kirchhoff)

Considerar as associações de resistências representadas na figura P1.6, em que $R_1 = 0.75$ Ω, $R_2 = 1$ Ω e $R_3 = 3$ Ω. Determinar a resistência equivalente de cada uma das associações.



(a) (b) (c)

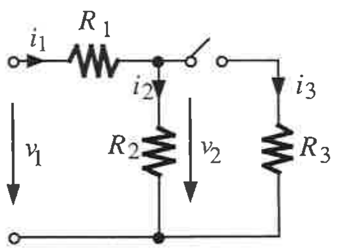
Fig. P1.6.

Problema 1.7 (leis de Kirchhoff)

Considerar o circuito representado na Fig. P1.7.

(a) Com o interruptor aberto, determinar a tensão v_2.

(b) Com o interruptor fechado, calcular a tensão v_2 e as correntes i_1, i_2 e i_3.



$v_1 = 12$ V
$R_1 = 1$ kΩ
$R_2 = 3$ kΩ
$R_3 = 1.5$ kΩ

Fig. P1.7.

Problema 1.8 (leis de Kirchhoff)

Considerar um gerador de tensão contínua com uma tensão em vazio $V_0 = 12$ V e uma resistência interna $r = 2\ \Omega$ ligado a uma resistência de carga de $4\ \Omega$.

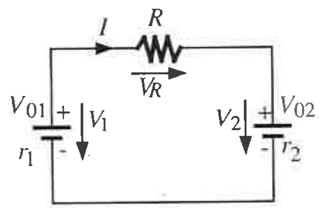
(a) Calcular a corrente, a tensão e a potência na resistência.

(b) Calcular a potência disponível no gerador.

QUAL É A MAIOR POT. QUE PODE EXTRAIR DO GERADOR

Problema 1.9 (leis de Kirchhoff)

Considerar o circuito representado na Fig. P1.9 em que os geradores têm tensões em vazio V_{01} e V_{02} e resistências internas r_1 e r_2.



$V_{01} = 5$ V; $r_1 = 0.2\ \Omega$
$V_{02} = 1$ V; $r_2 = 0.1\ \Omega$
$R = 1.7\ \Omega$

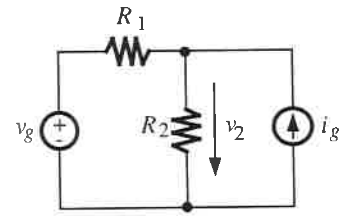
Fig. P1.9.

(a) Determinar os valores de I, V_R, V_1, V_2.

(b) Calcular as potências fornecidas pelos geradores ao exterior e as potências neles dissipadas.

Problema 1.10 (teoremas)

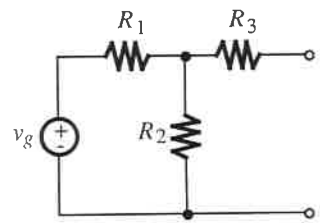
Considerar o circuito representado na Fig. P1.10. Calcular a tensão v_2 utilizando o teorema da sobreposição.



$v_g = 5$ V
$i_g = 2$ A
$R_1 = 1\ \Omega$
$R_2 = 4\ \Omega$

Fig.P1.10.

Problema 1.11 (teoremas)



$v_g = 6$ V
$R_1 = R_2 = 4\ \Omega$
$R_3 = 1\ \Omega$

Fig. P1.11.

Considerar o circuito representado na Fig. P1.11. Determinar os esquemas equivalentes de Thévenin e de Norton.

Problema 1.12 (teoremas)

Considerar a rede da Fig. P1.5 e utilizar o teorema da sobreposição para calcular a queda de tensão na resistência R_2.

Problema 1.13 (teoremas)

Considerar a rede da Fig. P1.5 e utilizar o teorema de Thévenin para calcular i_3.

Problema 1.14 (teoremas)

Considerar o circuito representado na Fig. P1.14 e calcular o valor de v utilizando os esquemas equivalentes de Thévenin e de Norton.

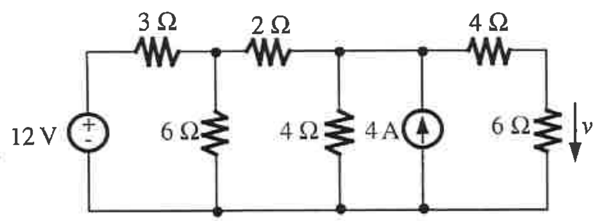
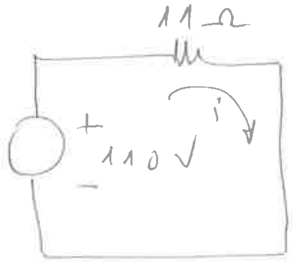


Fig. P1.14.

1.3

a)



$$i = \frac{V}{R} = \frac{110}{11}\,A = 10\,A$$

$$P = V \times i = 110\,V \times 10\,A = 1{,}1\,kW$$

b) Para $R/2$

$$i = 20\,A$$

$$P = 2{,}2\,kW$$

1.4

a)

$$\rho_{Cu} = 17{,}5 \times 10^{-9}\,\Omega m$$

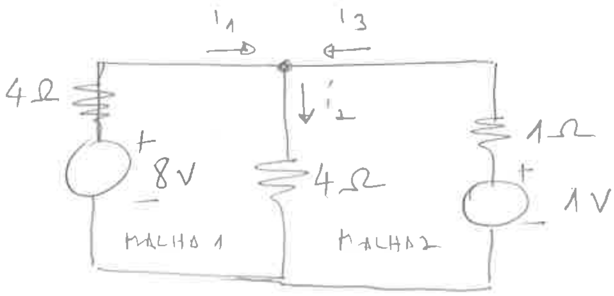
$$R = \rho \frac{l}{S} = 17{,}5 \times 10^{-9} \times \frac{1}{\pi \times (10^{-3})^2} = \frac{17{,}5}{\pi} \times 10^{-3}\,\Omega$$

$$\simeq 5{,}6\,m\Omega$$

b) $P = Vi = Ri^2$

$$P \simeq 5{,}6 \times 10^{-3}\,W$$

1.5 [CORRENTE QUE ENTRA NO NÓ É POSITIVA]



c) MALHA 1

$$8 - i_1 \times 4 + i_2 \times 4 = 0$$

MALHA 2

$$1 - i_3 \times 1 + i_2 \times 4 = 0$$

$$\begin{cases} 8 - i_1 \times 4 + i_2 \times 4 = 0 \\ 1 - i_3 + 4 i_2 = 0 \\ i_1 + i_2 + i_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 = i_1 - i_2 \\ \text{---} \\ \text{---} \end{cases} \quad \begin{cases} i_1 = 2 + i_2 \\ i_3 = 1 + 4 i_2 \\ 2 + i_2 + i_2 + 1 + 4 i_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{---} \\ \text{---} \\ 3 = -6 i_2 \end{cases} \quad \begin{cases} i_1 = 2 - \frac{1}{2} = 1{,}5\,A \\ i_3 = 1 - \frac{4}{2} = -1\,A \\ i_2 = -\frac{1}{2}\,A \end{cases}$$

b) POTÊNCIA FORNECIDA POR $V_1 = i_1 \times V_1 = 1{,}5 \times 8 \text{ W} = 12 \text{ W}$ $\Big\} = 11 \text{ W}$

" " " $V_2 = -\underbrace{(i_3 \times V_3)}_{\text{PORQUE A CORRENTE ENTRA NO GERADOR!}} = -1 \times 1 \text{ W} = -1 \text{ W}$

$P_{R_1} = i_1^2 \times R_1 = (1{,}5)^2 \times 4 = 9 \text{ W}$

$P_{R_2} = i_2^2 \times R_2 = (0{,}5)^2 \times 4 = 1 \text{ W}$ $\Big\} = 11 \text{ W}$

$P_{R_3} = i_3^2 \times R_3 = (1)^2 \times 1 = 1 \text{ W}$

=

1.6

a) $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 4{,}75 \, \Omega$

b) $R'_{eq} = R_1 \| R_2 = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{0{,}75 \times 1}{1{,}75} \simeq 0{,}43 \, \Omega$

$R_{eq} = R'_{eq} \| R_3 = \dfrac{R'_{eq} R_3}{R'_{eq} + R_3} = \dfrac{0{,}43 \times 3}{3{,}43} \simeq 0{,}37 \, \Omega$

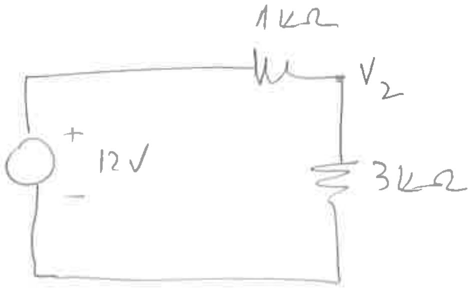
c) $R_{eq} = R_1 + R_2 \| R_3$

$R_2 \| R_3 = \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \dfrac{1 \times 3}{1 + 3} \, \Omega = 0{,}75 \, \Omega$

$R_{eq} = (0{,}75 + 0{,}75) \, \Omega = 1{,}5 \, \Omega$

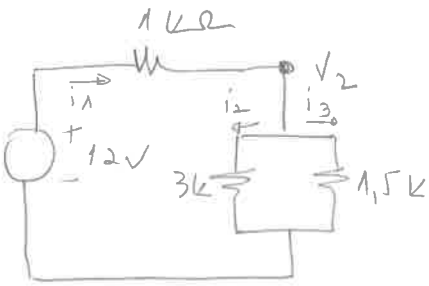
1.7

a)



$V_2 = \dfrac{3 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega} \times 12 \text{ V} = 9 \text{ V}$

b)



$3\text{k} \| 1{,}5\text{k} = \dfrac{3 \times 1{,}5}{3 + 1{,}5} \text{ k}\Omega = 1 \text{ k}\Omega$

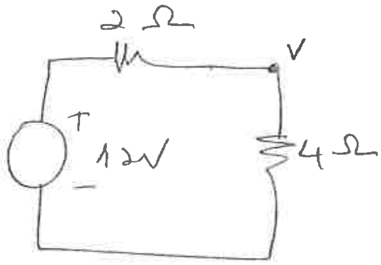
$V_2 = \dfrac{1\text{k}}{1\text{k} + 1\text{k}} \times 12 = 6 \text{ V}$

$i_1 = \dfrac{(12 - 6)}{1 \text{ k}\Omega} = 6 \text{ mA}$

$i_2 = 6/3\text{k} = 2 \text{ mA}$

$i_3 = i_1 - i_2 = 4 \text{ mA}$

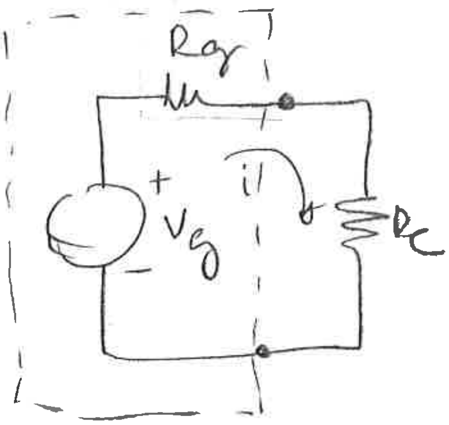
1.8



a) $V = \dfrac{4}{2+4} \times 12 = 8\,V$

$i = \dfrac{8\,V}{4\,\Omega} = 2\,A \qquad P = V \times i = 16\,W$

b) PRETENDE-SE SABER QUAL A POTÊNCIA MÁXIMA QUE É POSSÍVEL EXTRAIR DO GERADOR. EM GERAL, QUANDO LIGARMOS UMA RESISTÊNCIA DE CARGA (R_c) A UM GERADOR COM UMA RESISTÊNCIA INTERNA R_g:



$$i = \frac{V_g}{R_g + R_c}$$

$$P_{R_c} = R_c \times i^2 = R_c \frac{V_g^2}{(R_g+R_c)^2} =$$

$$= \frac{R_c}{(R_g+R_c)^2} V_g^2 =$$

$$= \frac{R_c}{R_c^2 + 2R_gR_c + R_g^2} V_g^2 = \frac{1}{R_c + 2R_g + R_g^2/R_c} V_g^2$$

A POTÊNCIA SERÁ MÁXIMA QUANDO $R_c + 2R_g + R_g^2/R_c$ FOR MÍNIMO, OU SEJA:

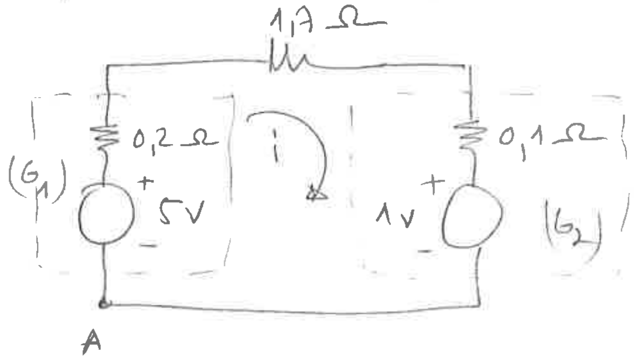
$$\frac{d}{dR_c}\left[R_c + 2R_g + R_g^2/R_c\right] = 0 \Leftrightarrow 1 + (-1)R_g^2 R_c^{-2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ 1 - \frac{R_g^2}{R_c^2} = 0 \ \Leftrightarrow \ 1 - \left(\frac{R_g}{R_c}\right)^2 = 0 \ \Rightarrow \ R_g = R_c$$

CONCLUI-SE PORTANTO QUE A POTÊNCIA MÁXIMA SERÁ:

$$P_{máx} = V \cdot i = V^2/R = \frac{(V_g/2)^2}{R_g} = \frac{6^2}{2} = 18 \text{ W}$$

1.9



a) PARTINDO DE A, NO SENTIDO DOS PONTEIROS DO RELÓGIO:

$$5 - 0{,}2i - 1{,}7i - 0{,}1i - 1 = 0$$

$$4 = 2i \Rightarrow i = 2\text{ A}$$

$$V_R = 1{,}7\ \Omega \times 2\text{ A} = 3{,}4\text{ V}$$

$$V_1 = 5\text{ V} - 2 \times 0{,}2 = 4{,}6\text{ V}$$

$$V_2 = 1\text{ V} + 0{,}1 \times 2 = 1{,}2\text{ V}$$

b) GERADOR 1: CORRENTE CIRCULA DO ⊖ PARA O ⊕ ⇒

$$P_{G1} = V_1 \times i = 4{,}6\text{ V} \times 2\text{ A} = 9{,}2\text{ W}$$

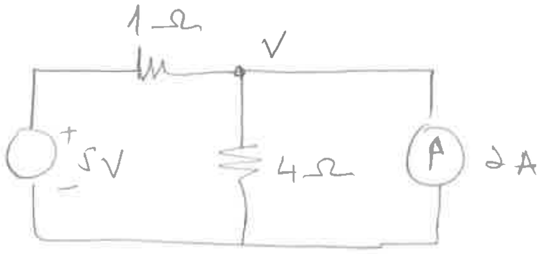
GERADOR 2: CORRENTE CIRCULA DO ⊕ PARA O ⊖ ⇒

$$P_{G2} = -V_2 \times i = -1{,}2 \times 2 = -2{,}4\text{ W}$$

AS POTÊNCIAS DISSIPADAS NOS GERADORES SÃO AS POTÊNCIAS DISSIPADAS NAS SUAS RESISTÊNCIAS INTERNAS:

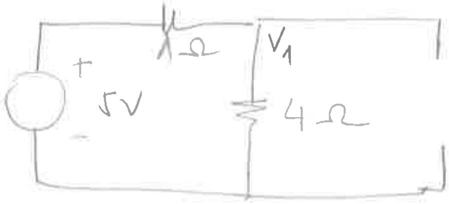
$$\begin{cases} G_1 \rightarrow P = R i^2 = 0{,}2 \times 2^2 = 0{,}8\text{ W} \\ G_2 \rightarrow P = 0{,}1 \times 2^2 = 0{,}4\text{ W} \end{cases}$$

1,10



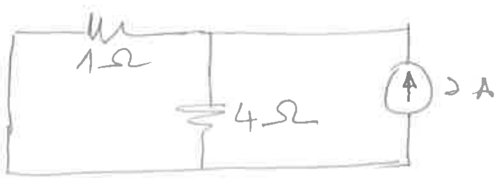
$V = V_1 + V_2$ (V_1 = tensão no pto com a fonte de corrente anulada ; V_2 = tensão no ponto c/ fonte de tensão anulada)

CÁLCULO DE V_1 :



$$\Rightarrow V_1 = \frac{4}{1+4} \times 5 = 4V$$

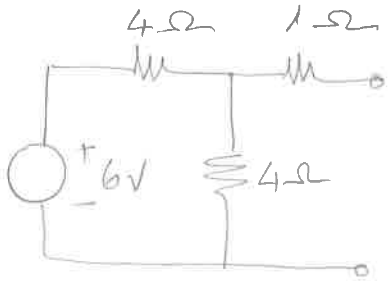
CÁLCULO DE V_2 :



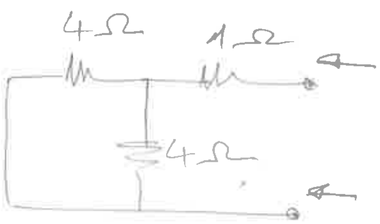
$$1\Omega // 4\Omega = \frac{1 \times 4}{1+4} = \frac{4}{5}\,\Omega \Rightarrow V_2 = \frac{4}{5}\,\Omega \times 2\,A = \frac{8}{5}\,V$$

$$V = \left(4 + \frac{8}{5}\right) V = 5{,}6\,V$$

1,11



$$V_{Th} = V_{CA} = \frac{4}{4+4} \times 6\,V = 3V$$

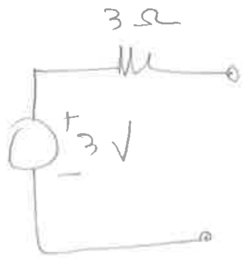


$$R_{Th} = 1\Omega + 4\Omega // 4\Omega = 3\Omega$$

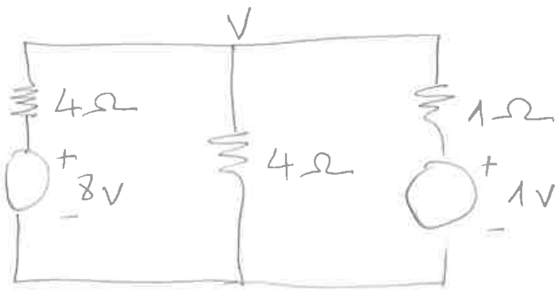
$$R_N = R_{Th} = 3\Omega$$

$$i_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = \frac{3\,V}{3\,\Omega} = 1\,A$$

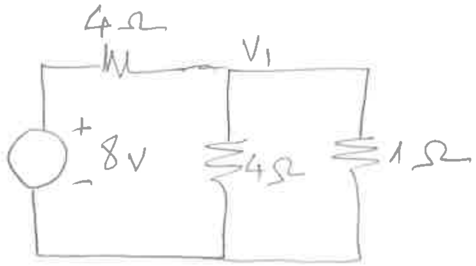
O CIRCUITO PODE PORTANTO SER REPRESENTADO PELOS EQUIVALENTES:

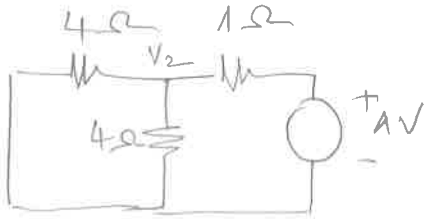


1.12



$$V = V_1 + V_2$$





$$V_1 = \frac{(4\Omega \| 1\Omega)}{4\Omega + (4\Omega \| 1\Omega)} \times 8\ V$$

$$= \frac{0,8}{4,8} \times 8\ V = 1,33\ V$$

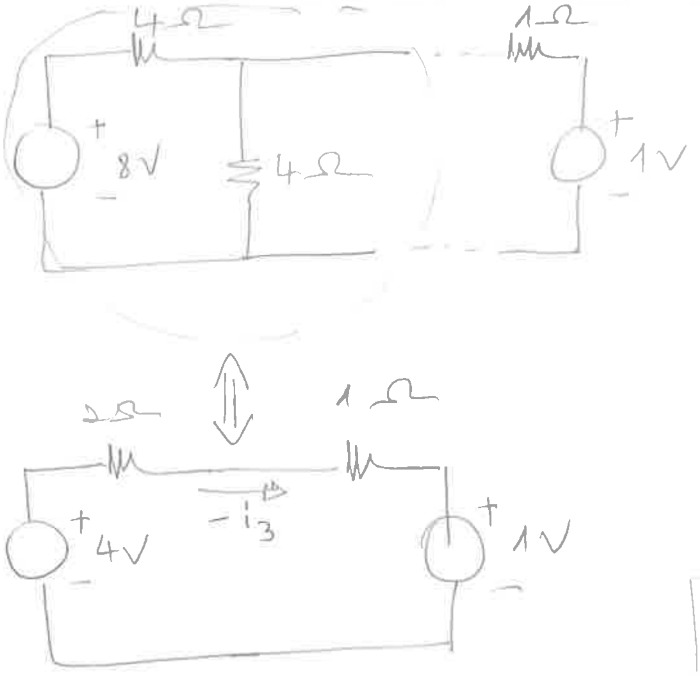
$$V_2 = \frac{4\Omega \| 4\Omega}{1\Omega + 4\Omega \| 4\Omega} \times 1\ V$$

$$= \frac{2}{3} \times 1\ V = 0,66\ V$$

$$4 \| 1 = \frac{4 \times 1}{4+1} = 0,8\ \Omega$$

$$V = V_1 + V_2 = 2\ V$$

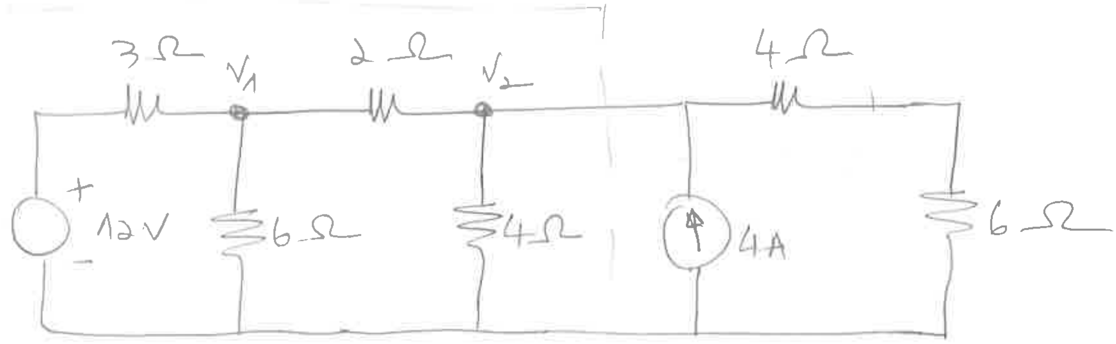
1.13



$$-i_3 = \frac{(4-1)\,V}{(2+1)\,\Omega} = 1\,A$$

$$\boxed{i_3 = -1\,A}$$

1.14



VAMOS CALCULAR O EQUIVALENTE DE THEVENIN DESTE CIRCUITO

$$V_1 = \frac{R_{eq}}{3+R_{eq}} \times 12V, \quad R_{eq} = 6\,||\,(2+4) = 6\,||\,6 = 3\,\Omega$$

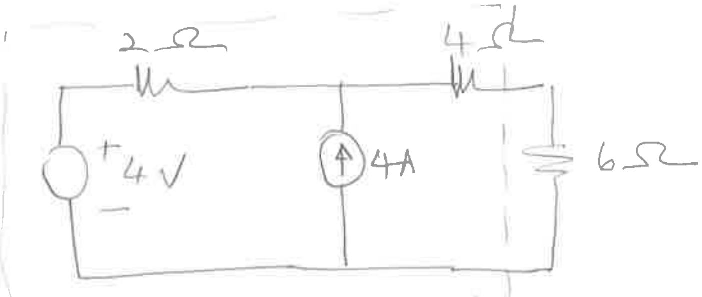
$$= \frac{3}{3+3} \times 12V = 6V$$

$$V_2 = \frac{4}{2+4} \times 6V = 4V$$

$$V_{Th} = V_{ca} = 4V$$

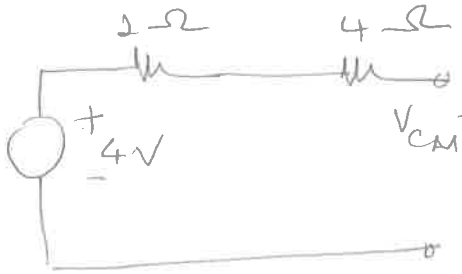
$$R_{Th} = 4\Omega \,||\, [2\Omega + (\underbrace{3\Omega\,||\,6\Omega}_{\frac{3\times 6}{3+6} = 2\,\Omega})] = 4\Omega\,||\,4\Omega = 2\,\Omega$$

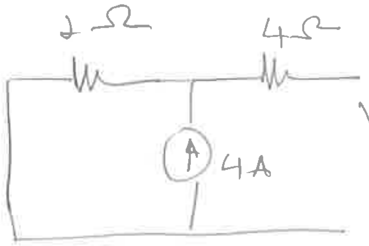
O CIRCUITO É PORTANTO EQUIVALENTE A:



VAMOS AGORA CALCULAR O EQUIVALENTE DE THÉVENIN DESTE CIRCUITO

$V_{Th} = V_{CA} = V_{CA1} + V_{CA2}$ (PRINC. SOBREPOSIÇÃO)



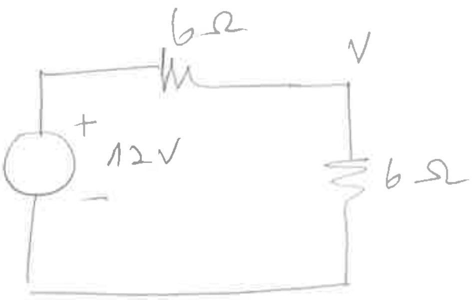


$V_{CA2} = 4A \times 2\Omega = 8V$

$V_{Th} = 4V + 8V = 12\ V$

$R_{Th} = 4\Omega + 2\Omega = 6\ \Omega$

OU SEJA, POSSO REPRESENTAR O CIRCUITO POR:



$V = \frac{6}{12} \times 12 = 6V$ //